

# 基于格理论的非均匀稀疏线阵旁瓣结构的分析方法

侯青松<sup>1</sup>, 郭 英<sup>1</sup>, 王布宏<sup>1</sup>, 王永良<sup>2</sup>

(1. 空军工程大学电讯工程学院, 陕西西安 710077; 2. 空军雷达学院兵器运用工程军队重点实验室, 湖北武汉 430019)

**摘 要:** 在有限个阵元的情况下, 非均匀稀疏线阵能得到更大的阵列孔径. 但由于其是对空间信号的非均匀采样, 不能通过常规的傅立叶变换方法求得峰值旁瓣解析表达式. 本文提出了一种基于格理论的非均匀稀疏线阵的旁瓣结构分析方法. 首先建立了阵列流形格的数学模型并对其物理含义进行了仿真分析, 然后推导了阵列流形格最近格点与峰值旁瓣的对应关系, 从而将非均匀稀疏线阵峰值旁瓣结构分析问题转化为求距阵列流形格原点最近格点问题. 该方法可以准确地确定非均匀稀疏线阵旁瓣中增益大于门限电平的旁瓣个数及其各自的方位. 计算机仿真结果表明了该方法的有效性和准确性.

**关键词:** 非均匀稀疏线阵; 格理论; 峰值旁瓣结构

**中图分类号:** TN820.1+5      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112(2010)06-1459-05

## Analysis of Side Lobe Structure of Nonuniform Sparse Linear Array Based on Lattice Theory

HOU Qing-song<sup>1</sup>, GUO<sup>1</sup> Ying, WANG<sup>1</sup> Bu-hong, WANG Yong-liang<sup>2</sup>

(1. The Telecommunication Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710077, China;  
2. Key Research Lab, Wuhan Radar Academy, Wuhan, Hubei 430019, China)

**Abstract:** For a given number of elements sparse linear array provides a larger aperture. However, it samples the incident signal non-uniformly, so the analytic expression of its peak sidelobes can't be obtained by traditional FFT method. An analysis of side lobe structure of non-uniform sparse linear array based on lattice theory is presented. First, the array manifold lattice is modeled. Then the relationship between nearest lattice points and the peak sidelobes structure is investigated. Thus the problem of getting the sidelobe peaks becomes the problem of finding the nearest lattice points from the origin in array manifold lattice. This method can find the number and wavenumber vector with respect to peak side lobe whose gain is higher than the given gain precisely. Computer simulation results are presented to show its effectiveness and accuracy.

**Key words:** non-uniform sparse linear array; lattice theory; peak side lobe structure

### 1 引言

格理论(Lattice Theory)<sup>[1]</sup>在密码学<sup>[2]</sup>、编码理论、通信<sup>[3]</sup>和固态物理学等领域得到了广泛的应用, 有关格理论的基础知识参考文献[1]. 由于稀疏阵列是在固定阵列孔径的情况下, 将均匀栅格上的部分格点上设置阵元得到, 因此, 稀疏阵列可以看作格的一个子集. Neil J. Malloy 基于格对稀疏阵列建模, 并将波数矢量估计和三维稀疏阵列设计等问题转化成格理论中的基本问题, 从而拓宽了格理论的应用领域和丰富了阵列信号处理的基本内容<sup>[4~6]</sup>.

由于在阵元个数一定的情况下, 非均匀稀疏线阵能得到更大的阵列孔径, 因而得到了广泛的研究和应用<sup>[7]</sup>. 非均匀稀疏线阵峰值旁瓣结构分析对阵列设计和阵列性能界分析尤为重要, 但由于非均匀稀疏线阵是对

空间来波信号的非均匀采样, 不能通过常规的傅立叶变换方法得到其峰值旁瓣解析表达式. 本文基于格理论分析推导了非均匀稀疏线阵的阵列流形格最近格点与其峰值旁瓣的对应关系, 最终给出了一种求非均匀稀疏线阵峰值旁瓣的数值解法.

本文结构安排如下, 2节建立了阵列格和阵列流形格的数学模型, 并分析了它们的物理含义. 3节中推导了阵列流形格中最近格点与非均匀稀疏线阵峰值旁瓣的对应关系. 求最近格点算法是该峰值旁瓣结构分析方法的必须步骤, 在4节中给出了一种可以用来求最近格点的方法. 在此基础上5节给出了一种分析非均匀稀疏线阵峰值旁瓣结构的方法. 6节以八元非均匀稀疏线阵为例进行了计算机仿真, 分析了其峰值旁瓣结构, 仿真结果表明了该方法的有效性和准确性.

## 2 阵列流形格及其性质

### 2.1 阵列格与阵列流形格

稀疏阵列是在均匀栅格的部分格点上设置阵元得到的阵列. 阵元位置  $\bar{d}_i, i = 1, \dots, N$  间差值的所有整数线性组合的点构成格  $D_1$ , 称作阵列格. 对于线阵, 阵列格是格点距离为阵元间间距的最大公因数的一维格; 对于任意维阵列, 阵列格是包含所有阵元位置的最稀疏的格.

线阵阵列导向矢量  $\mathbf{a}(k) \in C^N$  为

$$\mathbf{a}(k) = [e^{jd_1 k}, e^{jd_2 k}, \dots, e^{jd_N k}]^T \quad (1)$$

其中  $N$  为阵元数,  $k = (2\pi/\lambda)\cos\theta$  为波数矢量.

导向矢量的相位空间具有由  $x$  和整数列矢量  $\bar{n}$  表示的等价关系

$$\bar{\phi} \sim \mathbf{D}^T \bar{k} + \bar{1}x + \bar{n}2\pi \quad (2)$$

上式表示相位矢量  $\bar{\phi}$  经将所有分量同时加上  $x$  或其中任一分量加上整数倍  $2\pi$  两种变换均是等价的. 当把相位空间沿  $[1, 1, \dots, 1]^T$  方向投影到与其正交的超平面  $x_1 + x_2 + \dots + x_N = 0$  时得到另一个格  $D_2$ , 称作阵列流形格. 阵列流形格包含了阵列流形和阵列峰值旁瓣结构的关键特征.

将式(2)前两项写成以下矩阵乘形式, 从而相位空间重新表示为

$$\bar{\phi} = \tilde{\mathbf{D}}^T \begin{pmatrix} \bar{k} \\ x \end{pmatrix} + \bar{n}2\pi \quad (3)$$

其中阵元位置矩阵

$$\tilde{\mathbf{D}} = \begin{bmatrix} d_1 & d_2 & \dots & d_N \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

定义  $(N-2) \times N$  维的整数矩阵  $\mathbf{B}$ , 其行向量张成下列线性丢番图方程所有整数解所张成的格

$$\tilde{\mathbf{D}}\bar{x} = 0 \quad (5)$$

经文献[6]证明, 阵列流形格的基矢量为  $\mathbf{RB}^T$  ( $\mathbf{BRB}^T$ ) $^{-1}$ , 其中矩阵  $\mathbf{R}$  定义如下

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} N-1 & -1 & -1 & \dots & -1 \\ -1 & N-1 & -1 & \dots & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -1 & -1 & -1 & \dots & N-1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

### 2.2 阵列流形格格点与波数矢量关系

波数空间在式(3)映射下的像就是阵列流形格的格点, 为了分析非均匀稀疏线阵的峰值旁瓣结构, 下面讨论阵列流形格格点与波数空间的逆映射关系<sup>[5]</sup>.

假定阵列流形格中的任意矢量  $\bar{b} \in D_2$ , 已知  $\bar{b}$  求与其对应的波数矢量  $\bar{k}$  的算法步骤如下:

(1) 假定阵列流形格中的任意矢量  $\bar{b}$ , 计算  $\bar{x} = \mathbf{B}\bar{b}$   $(2\pi)^{-1}$ .

(2) 定义  $N-2$  维整数矢量  $\bar{m} = \mathbf{B}\bar{n}$ , 求矩阵  $\mathbf{B}$  的伪逆矩阵  $\mathbf{K}$ , 满足  $\mathbf{BK} = \mathbf{I}$ .

(3) 求阵列流形格中点  $\bar{x}$  的最近格点, 也就是使二次型  $(\bar{x} - \bar{m})^T (\mathbf{B}\mathbf{B}^T)^{-1} (\bar{x} - \bar{m})$  最小的  $\bar{m}$ .

(4) 计算周期整数矢量  $\bar{n} = -\mathbf{K}\bar{m}$ .

(5) 计算波数矢量  $\bar{k} = (\tilde{\mathbf{D}}\tilde{\mathbf{D}}^T)^{-1} \tilde{\mathbf{D}}(\bar{b} + \bar{n}2\pi)$ .

(6) 简化  $\bar{k}$  到  $(-1, 1)$  范围内.

### 2.3 阵列流形格举例

为更直观地理解阵列流形格, 以四元线阵为例, 形象地给出了阵列格和阵列流形格的数学定义和物理含义. 假定四元线阵  $[0, 2, 6, 11]\lambda/2$  如图 1 所示.

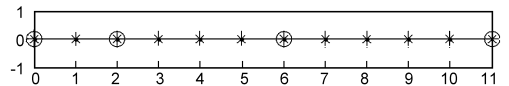


图1 四元线阵

波数矢量为  $k = (2\pi/\lambda)\cos\theta$  的平面波入射时, 相位矢量为

$$\begin{bmatrix} \phi_0 \\ \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \\ 6 & 1 \\ 11 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\lambda}{2} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k \\ \phi_0 \end{bmatrix} + \bar{n}2\pi \quad (7)$$

归一化, 将后三行分别减去第一行得到

$$\begin{bmatrix} \Delta\phi_1 \\ \Delta\phi_2 \\ \Delta\phi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_1 - \phi_0 \\ \phi_2 - \phi_0 \\ \phi_3 - \phi_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \\ 11 \end{bmatrix} \frac{\lambda k}{2} + \bar{n}2\pi \quad (8)$$

当波数矢量  $k$  在  $\pm 2\pi/\lambda$  间变化时, 相位空间中点  $(\Delta\phi_1, \Delta\phi_2, \Delta\phi_3)^T$  运动轨迹取值若干个相位周期. 图 2 示了  $0 < \Delta\phi < 2\pi$  时这个映射在立方体内的像. 图 3 给出了图 2 沿  $(2, 6, 11)$  方向的三维视图, 图 2 中的线被投影成点, 这些点即为阵列流形格的格点.

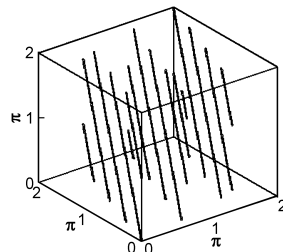


图2 波数矢量到三位相位空间的投影

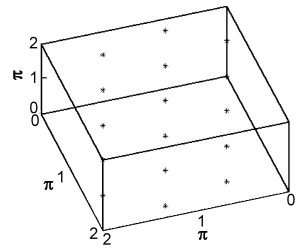


图3 由图2投影得阵列流形格

位置矩阵  $\tilde{\mathbf{D}}$ 、整数矩阵  $\mathbf{B}$  和其伪逆矩阵  $\mathbf{K}$  分别为

$$\tilde{\mathbf{D}} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 6 & 11 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 4 & -2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 5 \end{bmatrix}^T$$

图 3 中阵列流形格的基为  $\mathbf{RB}^T (\mathbf{BRB}^T)^{-1}$

$$\begin{aligned}
&= \begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 4 & -2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 14 & 5 \\ 5 & 22 \end{bmatrix}^{-1} \\
&= \begin{bmatrix} 0.1731 & -0.2155 & 0.0071 & 0.0353 \\ -0.0848 & 0.0035 & 0.1802 & -0.0989 \end{bmatrix}^T \quad (10)
\end{aligned}$$

### 3 阵列流形格最近格点与峰值旁瓣对应关系

阵列的增益函数可以表示成以下相位差的余弦函数的二次求和形式

$$G(\bar{\mathbf{k}}) = \left\| \sum_{i=1}^N e^{j\phi_i} \right\|^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \cos(\phi_i - \phi_j) \quad (11)$$

将以上增益函数泰勒级数展开

$$\begin{aligned}
&\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \cos(\phi_i - \phi_j) \\
&= \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \left\{ 1 - \frac{1}{2!}(\phi_i - \phi_j)^2 + \frac{1}{4!}(\phi_i - \phi_j)^4 - \dots \right\} \\
&= N^2 - N \sum_{i=1}^N \phi_i^2 + \left( \sum_{i=1}^N \phi_i \right)^2 - \dots \quad (12)
\end{aligned}$$

在原点  $\phi_1 = \phi_2 = \dots = \phi_N = 0$  附近,增益函数近似为以下二次型函数

$$G(\phi_1, \dots, \phi_N) = N^2 - \left( N \sum_{i=1}^N \phi_i^2 - \left( \sum_{i=1}^N \phi_i \right)^2 \right) = N^2 - \bar{\boldsymbol{\phi}}^T \mathbf{R} \bar{\boldsymbol{\phi}} \quad (13)$$

将式(3)代入式(13)得

$$\bar{\boldsymbol{\phi}}^T \mathbf{R} \bar{\boldsymbol{\phi}} = \bar{\mathbf{k}}^T \tilde{\mathbf{D}} \mathbf{R} \tilde{\mathbf{D}}^T \bar{\mathbf{k}} + 4\pi \bar{\mathbf{n}}^T \mathbf{R} \tilde{\mathbf{D}}^T \bar{\mathbf{k}} + 4\pi^2 \bar{\mathbf{n}}^T \mathbf{R} \bar{\mathbf{n}} \quad (14)$$

令式(14)对波数矢量  $\bar{\mathbf{k}}$  的一阶导数等于零,求得与其极小值对应的  $\bar{\mathbf{k}}$  为

$$\bar{\mathbf{k}}_{\min} = -2\pi (\tilde{\mathbf{D}} \mathbf{R} \tilde{\mathbf{D}}^T)^{-1} \tilde{\mathbf{D}} \mathbf{R} \bar{\mathbf{n}} \quad (15)$$

将式(15)代入式(14),经化简得

$$\bar{\boldsymbol{\phi}}^T \mathbf{R} \bar{\boldsymbol{\phi}} = 4\pi^2 \bar{\mathbf{n}}^T (\mathbf{R} - \mathbf{R} \tilde{\mathbf{D}}^T (\tilde{\mathbf{D}} \mathbf{R} \tilde{\mathbf{D}}^T)^{-1} \tilde{\mathbf{D}} \mathbf{R}) \bar{\mathbf{n}} \quad (16)$$

根据整数矩阵  $\mathbf{B}$  的定义上式进一步简化为

$$\bar{\boldsymbol{\phi}}^T \mathbf{R} \bar{\boldsymbol{\phi}} = 4\pi^2 \bar{\mathbf{n}}^T \mathbf{B}^T (\mathbf{B} \mathbf{R} \mathbf{B}^T)^{-1} \mathbf{B} \bar{\mathbf{n}} \quad (17)$$

式(17)表示阵列流形格的格点到原点欧式距离的平方,距离极小值对应了阵列增益的极大值.对于某固定增益值,只有唯一相位矢量与其对应,则该相位矢量对应增益极大值.因此,阵列流形格中距原点的最近格点对应了非均匀稀疏线阵的峰值旁瓣.

### 4 求最近格点算法

最近格点问题(Closest Vector Problem)是在给定格  $\Lambda$  中寻找离给定点  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^m$  最近的矢量  $\hat{\mathbf{c}}$  使得

$$\|\mathbf{x} - \hat{\mathbf{c}}\| \leq \|\mathbf{x} - \mathbf{c}\|, \quad \forall \mathbf{c} \in \Lambda \quad (18)$$

最短矢量问题(Shortest Vector Problem)是在给定格  $\Lambda$  中寻找最短的非零格矢量,最近格点问题中给定点  $\mathbf{x} = \mathbf{0}$  时,得到的结果实际上就是格最短矢量.

求解最近格点问题可分解为两个步骤:化简和搜索.化简的目的是使得基矢量尽量短和互相正交,使得搜索更加简单和高效,两类广泛采用的化简算法分别

是 Korkine-Zolotareff 化简算法和 Lenstra-Lenstra-Lovasz (LLL)化简算法;搜索算法主要有 Babai 最近平面算法、Kannan 策略、Phost 策略和 Schnorr-Euchner 策略等.文献[9]给出了不同的化简和搜索算法原理及其各自的优缺点.

由最近格点问题和最短矢量问题的定义我们知道,它们的本质实际上是求解以下最小二乘问题

$$\min_{\mathbf{z} \in \mathcal{Z}} \|\mathbf{y} - \mathbf{B}\mathbf{z}\|_2^2 \quad (19)$$

文献[10,11]给出了一种可以求得这类整数最小二乘问题的  $p$  个最佳解的 Matlab 工具包,它采用了修正的 LLL 化简算法和修正的 Schnorr-Euchner 枚举搜索策略.

以下形式的整数最小二乘问题可以转化成式(19)来处理,进而通过该工具包求解

$$\min_{\mathbf{z} \in \mathcal{Z}} (\mathbf{y} - \mathbf{B}\mathbf{z})^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{B}\mathbf{z}) \quad (20)$$

其中  $\mathbf{V}$  对称正定.首先对  $\mathbf{V} = \mathbf{R}^T \mathbf{R}$  进行 Cholesky 分解,然后分别求解  $\mathbf{R}^T \mathbf{B} = \mathbf{B}$  和  $\mathbf{R}^T \mathbf{y} = \mathbf{y}$  得到  $\bar{\mathbf{B}}$  和  $\bar{\mathbf{y}}$ ,从而式(20)转化为求  $\min_{\mathbf{z} \in \mathcal{Z}} \|\bar{\mathbf{y}} - \bar{\mathbf{B}}\mathbf{z}\|_2^2$  的整数最小二乘解.

### 5 求峰值旁瓣算法

当给定非均匀稀疏线阵的阵列设置后,峰值旁瓣分析需要寻找该阵列方向图中高于指定电平门限的峰值旁瓣个数及其各自对应的波数矢量.给定阵列设置后,根据阵列格求得阵列流形格;在阵列流形格中用几何的方法求解原点的最近格点;根据阵列流形格格点与波数矢量逆映射关系,从而求得与最近格点对应的波数矢量;由阵列增益函数的定义可以求得该波数矢量对应的增益,从而求得了峰值旁瓣的增益和方位.重复以上过程,可以求得阵列方向图中高于指定电平门限的多个峰值旁瓣对应的波数矢量.

假定非均匀稀疏线阵阵元位置矩阵  $\tilde{\mathbf{D}}$  和所需寻找峰值旁瓣的电平门限为  $G_0$ ,求峰值旁瓣电平  $\geq G_0$  的峰值旁瓣个数及其各自的方位的算法步骤如下:

(1)为求阵列流形格,解线性丢番图方程  $\tilde{\mathbf{D}}\bar{\mathbf{x}} = \mathbf{0}$ ,得到整数矩阵  $\mathbf{B}$ ,求  $\mathbf{B}$  的伪逆整数矩阵  $\mathbf{K}$ ; [8] 为一 C++ 软件包可实现线性丢番图方程的求解和格基简化,可求解文中的矩阵  $\mathbf{B}$  和  $\mathbf{K}$ .

(2)假设  $p$  表示在阵列流形格中求距原点最近格点个数,置  $p = 2$ .

(3)应用 4 节将讲述的求最近格点算法,在基为  $\mathbf{R}\mathbf{B}^T(\mathbf{B}\mathbf{R}\mathbf{B}^T)^{-1}$  的阵列流形格中求距原点最近的  $p$  个格点  $\mathbf{R}\mathbf{B}^T(\mathbf{B}\mathbf{R}\mathbf{B}^T)^{-1}\mathbf{M}$ .

(4)依据 2.2 节中给出的阵列流形格格矢量到波数矢量的逆映射关系,求这  $p$  个格点对应的波数矢量  $\mathbf{U}$ .

(5)根据式(3)和(11)求与这  $p$  个波数矢量  $\mathbf{U}$  对应

的峰值旁瓣增益值  $G$ .

(6) 在  $G$  中求最小值  $G_{\min}$ . 如果  $G_{\min} < G_0$ , 说明不再有高于指定电平门限  $G_0$  的峰值旁瓣, 转步骤(8).

(7) 由于增益函数峰值旁瓣对称地成对出现, 置  $p = p + 2$ , 转步骤(3).

(8) 输出高于门限电平  $G_0$  的峰值旁瓣个数为  $p$  和

峰值旁瓣位置即波数矢量  $U$ .

## 6 计算机仿真结果

假设八元非均匀线阵

$$\tilde{D} = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 7 & 12 & 18 & 25 & 33 & 42 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

单位为半波长, 如图4所示.

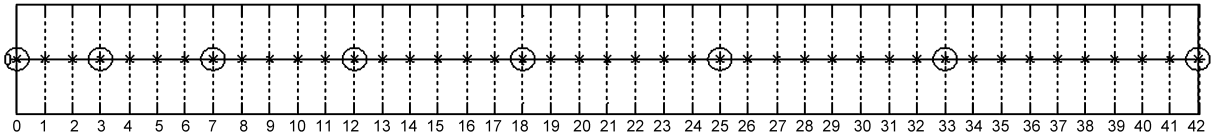


图4 八元线阵

解线性丢番图方程(5)可得整数矩阵  $B$ , 然后求  $B$  的伪逆整数矩阵  $K$ , 分别得到矩阵  $B$  和  $K$  为

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & -2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad K = \begin{bmatrix} 0 & -2 & -4 & -6 & -9 & -12 & -16 & -20 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 6 & 8 & 10 \\ 0 & 1 & 3 & 5 & 8 & 11 & 15 & 19 \\ 0 & 1 & 3 & 5 & 7 & 10 & 13 & 17 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 5 & 7 & 9 & 12 \\ 0 & 1 & 2 & 4 & 6 & 8 & 11 & 14 \end{bmatrix}^T \quad (21)$$

阵列流形格的基为

$$RB^T(BRB^T)^{-1} = \begin{bmatrix} 0.4212 & -0.1509 & 0.2568 & 0.0158 & 0.0405 & 0.0946 \\ -0.1725 & 0.1464 & -0.1158 & -0.1869 & 0.1979 & 0.0927 \\ -0.2973 & 0.2095 & 0.0541 & 0.2095 & 0.0743 & -0.2432 \\ 0.0467 & 0.0383 & -0.2336 & 0.2050 & -0.3301 & 0.0869 \\ -0.1406 & -0.3671 & 0.0212 & -0.2005 & -0.0154 & 0.0830 \\ 0.1409 & -0.0068 & -0.1815 & -0.0068 & 0.0183 & -0.2548 \\ -0.1088 & 0.1194 & 0.1583 & -0.2140 & -0.2288 & 0.0734 \\ 0.1104 & 0.0113 & 0.0405 & 0.1779 & 0.2432 & 0.0676 \end{bmatrix} \quad (22)$$

当需求峰值旁瓣电平  $\geq -10\text{dB}$  的峰值旁瓣时, 得到距原点最近的6个格点为  $RB^T(BRB^T)^{-1}M$ , 其中  $M$  如下

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

应用阵列流形格格点与波数空间的逆映射关系得到6个格点对应的波数矢量  $U$

$$U = [0.6680 \quad -0.6680 \quad 0.9151 \quad -0.9151 \quad 0.4685 \quad -0.4685] \quad (24)$$

图5中带圈小点的竖线表示最近格点对应的波数方向, 与阵列峰值旁瓣一一对应, 它们给出了八元非均匀线阵峰值旁瓣电平  $\geq -10\text{dB}$  的峰值旁瓣有6个和它们各自的方位.

当需求峰值旁瓣电平  $\geq -15\text{dB}$  的峰值旁瓣时, 得到距原点最近的18个格点为  $RB^T(BRB^T)^{-1}M$ , 其中  $M$  如式(25).

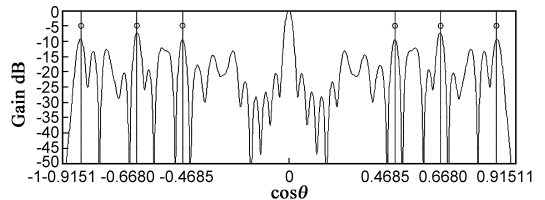


图5 八元线阵方向图增益(-10dB)

应用阵列流形格格点与波数空间的逆映射关系得到18个格点对应的波数矢量  $U$ , 见式(26).

图6中带圈小点的竖线表示最近格点对应的波数方向, 与阵列峰值旁瓣一一对应, 它们给出了八元非均匀线阵峰值旁瓣电平  $\geq -15\text{dB}$  的峰值旁瓣有18个和它们各自的方位.

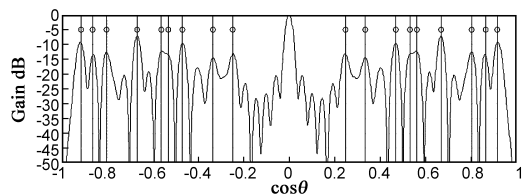


图6 八元线阵方向图增益(-15dB)

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$U = \begin{bmatrix} 0.6680 & -0.6680 & 0.9151 & -0.9151 & 0.4685 & -0.4685 & 0.8018 & -0.8018 & 0.5618 \\ -0.5618 & -0.8636 & 0.8636 & -0.5302 & 0.5302 & 0.2471 & -0.2471 & 0.3333 & -0.3333 \end{bmatrix} \quad (26)$$

## 7 结束语

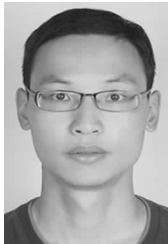
本文建立了阵列格和阵列流形格的数学模型;推导了阵列流形格最近格点与峰值旁瓣的对应关系.基于上述理论,提出了一种求解非均匀稀疏线阵峰值旁瓣结构的算法.计算机仿真表明,该算法能准确地求得大于门限增益电平的峰值旁瓣个数及其各自对应的波数方位.本文提出的非均匀稀疏线阵峰值旁瓣结构分析方法对于非均匀稀疏线阵的设计和性能分析具有较强的实用意义.

### 参考文献:

- [1] J H Conway and N J A Sloane. Sphere Packings, Lattices and Groups[M]. 3rd ed. NY: Springer, 1999.
- [2] Daniele Micciancio, Shafi Goldwasser. Complexity of Lattice Problems a Cryptographic Perspective[M]. The Kluwer International Series in Engineering and Computer Science, vol. 671. Kluwer Academic Publishers, March 2002.
- [3] Netherland E Viterbo, E Biglieri. A universal lattice code decoder for fading channels [J]. IEEE Trans Inform Theory, 1997, 45: 1639 - 1642.
- [4] Neil J Malloy. Analysis and synthesis of general planar interferometer arrays[A]. Speech and Signal Processing[C]. Boston, MA, 1983. 352 - 355.
- [5] Neil J Malloy. Volumetric interferometer array sensors for high resolution passive sonar[A]. Proceedings UDT Europe[C]. La Spezia, Italy, 2002.
- [6] Neil J Malloy. Array manifold geometry and sparse volumetric array design optimization[A]. Proc Forty-First Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers[C]. Asilomar, CA, 2007. 1257 - 1261.
- [7] 陈容松, 何子述, 韩春林. 非均匀线天线阵优化布阵研究[J]. 电子学报, 2006, 34(12): 2263 - 267.  
CHEN Ke-song, HE Zi-shu, HAN Chun-lin. Research on synthesis of the linear sparse arrays[J]. Acta Electronica Sinica, 2006, 34(12): 2263 - 267. (in Chinese)
- [8] Victor Shoup. NTL: A Library for Doing Number Theory [OL]. <http://www.shoup.net/ntl>.

- [9] E Agrell, T Eriksson, A Vardy, et al. Closest point search in lattices[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2002, 48: 2201 - 2214.
- [10] Chang X-W, Zhou T. MILES: MATLAB package for solving mixed integer least squares problems, theory and algorithms [OL]. <http://www.cs.mcgill.ca/~chang/software.php>.
- [11] Chang X-W, Zhou T. MILES: MATLAB package for solving mixed integer least squares problems, users' guides [OL]. <http://www.cs.mcgill.ca/~chang/software.php>.

### 作者简介:



侯青松 男, 1981 年生于四川营山, 空军工程大学电讯工程学院博士研究生. 现主要从事阵列信号处理的研究工作.

E-mail: cnhq@163.com



郭英 女, 1961 年生于山西临汾. 空军工程大学电讯工程学院教授, 博士生导师, 中国通信学会陕西省分会常务理事、陕西省信号处理学会常务理事、中国电子学会高级会员, 发表学术论文五十余篇, 其中 SCI、EI 检索十余篇. 主要研究领域为: 通信信号处理、自适应信号处理等.

E-mail: Guoying\_dsp@sina.com

王布宏 男, 1975 年生于山西太原, 空军工程大学电讯工程学院副教授, 博士(后), 已发表论文 40 多篇, 其中进入 SCI、EI 等三大索引的论文 30 多篇. 主要研究领域为: 阵列信号处理、阵列校正等.

E-mail: wbhcx@yahoo.com.cn

王永良 男, 1965 年生于浙江嘉兴, 空军雷达学院兵器运用工程军队重点实验室教授, 博士生导师. 已发表论文 200 多篇, 其中进入 SCI、EI 等三大索引的论文 90 多篇. 主要研究领域为: 雷达技术、阵列信号处理、自适应信号处理等. E-mail: wylqqf@public.wh.hb.cn

